

Keine Ahnung von Kreisformeln

Wie berechnet man

Einen Kreis
?

Datei Nr. 11515

Friedrich Buckel

19. Juni 2030

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Vorwort

Dieser Text zeigt, mit welchen Formeln man den Inhalt und den Umfang eines Kreises berechnet.

Er erklärt auch, wie man die Formeln umstellen muss, wenn man beispielsweise aus dem Flächeninhalt A oder aus dem Umfang U den Radius r bestimmen soll.

In Beispielen wird gezeigt, wie man Formeln ineinander einsetzen kann, um etwa den Flächeninhalt A direkt aus U zu berechnen oder umgekehrt.

Einige Aufgaben mit ausführlicher Lösung ergänzen den Text.

Inhalt

1.	Kreisfläche und Kreisumfang berechnen	3
2.	Umstellen der Formeln	4
3.	Den Taschenrechner optimal verwenden	6
	Wie dividiert man durch ein Produkt?	
	Mit „ans“ die Genauigkeit erhöhen	
4	Übungsaufgaben	7
	Lösungen	8-11

1. Kreisfläche und Kreisumfang berechnen

Informationen:

Ein Kreis mit dem Radius r hat den

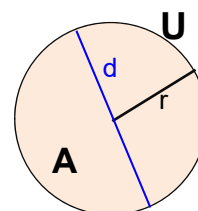
Durchmesser $d = 2r$

Umfang: $U = 2\pi \cdot r$

bzw. $U = \pi \cdot d$

Flächeninhalt: $A = \pi \cdot r^2$

bzw. $A = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$



Empfehlung: Wichtig sind im Grunde nur die Formeln, die sich auf den Radius beziehen.
Ist bei einem Kreis nicht der Radius gegeben, sondern der Durchmesser, dann sollte man daraus zuerst den Radius zu berechnen: $r = \frac{1}{2}d$.
Siehe Beispiel 2.

Beispielrechnungen:

Beispiel 1

Gegeben: $r = 8 \text{ cm}$.

Umfang: $U = 2\pi r = 2\pi \cdot 8 \text{ cm} = 16\pi \text{ cm}$.

Dies lässt man oft so stehen, weil es das genaue Ergebnis ist.

Man kann es aber auch mit einem Taschenrechner in eine Näherungsdezimalzahl umrechnen: $U \approx 50,3 \text{ cm}$

$2 \times \pi \times 8$	50.26548246
-------------------------	-------------

Inhalt: $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (8 \text{ cm})^2 = \pi \cdot 64 \text{ cm}^2 = (64\pi) \text{ cm}^2 \approx 201,1 \text{ cm}^2$

$\pi \times 8^2$	201.0619298
$64 \times \pi$	201.0619298

Wichtig ist, dass man die Einheiten immer mitnimmt und nie weglässt.
Also bei Längen (Radius, Durchmesser, Umfang) cm oder andere Einheiten
und beim Umfang cm^2 oder andere Maßeinheiten.

FALSCH wäre diese Rechnung: $U = 2\pi r = 2\pi \cdot 8 \text{ cm} = 16\pi \approx 50,3 \text{ cm}$
denn bei 16π fehlt die Maßeinheit.

Beispiel 2

Gegeben: $d = 24,5 \text{ cm} \Rightarrow r = \frac{d}{2} = \frac{24,5}{2} \text{ cm} = 12,25 \text{ cm}$

Umfang: $U = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 12,25 \text{ cm} = \underbrace{24,5\pi}_{\pi \cdot d} \text{ cm} \approx 77,0 \text{ cm}$

$24.5 \times \pi$	76.96902001
-------------------	-------------

Inhalt: $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 12,25^2 \text{ cm}^2 \approx 471,4 \text{ cm}^2$

$12.25^2 \times \pi$	471.4352476
----------------------	-------------

2. Umstellen der Formeln

Beispiel 3

Gegeben ist der Kreisumfang $U = 30$ cm. Berechne (Radius und) Flächeninhalt.

1. Lösung mit dem Zwischenschritt, dass zuerst r berechnet wird.

Da der Umfang gegeben ist, muss man mit der Formel für U beginnen und diese nach r umstellen:

$$U = 2\pi \cdot r \quad | : 2\pi$$

$$r = \frac{U}{2\pi} = \frac{30}{2\pi} \text{ cm} \approx 4,77 \text{ cm}$$

Anschließend wird der Flächeninhalt berechnet, indem man r in die Flächenformel einsetzt:

$$A = \pi r^2 \approx \pi \cdot 4,77^2 \text{ cm}^2 \approx 71,48 \text{ cm}^2$$

Bitte die richtige Taschenrechnereingabe verwenden!

In der 2. Zeile habe ich zur Eingabe von r den Befehl **Ans** verwendet. Dadurch wird das exakt zuvor berechnete Ergebnis verwendet.

In der dritten Zeile habe ich das gemacht, was die meisten machen: Ich habe für r den Näherungswert $r \approx 4,77$ verwendet.

$30 \div (2\pi)$	
$\pi \times \text{Ans}^2$	4.774648293
$\pi \times 4.77^2$	71.61972439
	71.48034349

Man sieht, dass damit das Ergebnis ungenau wird, es fehlen etwa $0,1394 \text{ cm}^2$!!!!

2. Lösung: mit einer selbst erstellten Formel ohne Zwischenschritt: (Eine Formel in die andere einsetzen!)

Den zuletzt gezeigten Weg, beim dem zuerst der Radius berechnet worden ist, sollte man nur dann beschreiten, wenn dieser extra gefragt ist.

LERNEN!!

Können kürzen dies ab und erstellen durch Einsetzen zweier Formeln ineinander eine Formel, mit der man den Flächeninhalt direkt aus dem gegebenen Umfang berechnen kann.

Methode zur Erstellung einer neuen Formel

Gegeben ist der Umfang. Also beginnt man mit

$$U = 2\pi \cdot r$$

Gesucht ist der Flächeninhalt. Diesen berechnet man mit

$$A = \pi \cdot r^2$$

Jetzt stellt man die U -Formel nach r um und ersetzt damit r in der A -Formel:

$$U = 2\pi \cdot r \Rightarrow r = \frac{U}{2\pi}$$

$$A = \pi \cdot \boxed{r}^2 = \pi \cdot \underbrace{\left(\frac{U}{2\pi}\right)^2}_r = \pi \cdot \frac{U^2}{4\pi^2} = \boxed{\frac{U^2}{4\pi}}$$

r in $A = \pi \cdot r^2$ ersetzen! Durch π kürzen

$$A = \frac{U^2}{4\pi} = \frac{30^2}{4\pi} \text{ cm}^2 \approx 71,62 \text{ cm}^2$$

Beispiel 4

Gegeben ist die Kreisfläche $A = 1 \text{ m}^2$. Welchen Umfang hat dieser Kreis?

1. Lösung mit dem Zwischenschritt, dass zuerst r berechnet wird.

Da die Kreisfläche gegeben ist, verwenden wir die Formel für die Kreisfläche und stellen diese nach r um. Wir rechnen außerdem gleich die Flächeneinheit um: $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$.

$$A = \pi \cdot r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{A}{\pi}$$

Also folgt:

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{10000}{\pi}} \text{ cm} \quad (\approx 56,4 \text{ cm})$$

Einsetzen in die U-Formel: $U = 2\pi r \approx 354,5 \text{ cm}$

$\sqrt{10000 \div \pi}$	56.41895835
$2\pi \times \text{Ans}$	354.4907702

Zur besseren Genauigkeit habe ich nicht den Näherungswert 56,4 für r eingegeben sondern mit „ans“ das gespeicherte exakte Ergebnis der Berechnung von r !!!

2. Lösung: mit einer selbst erstellten Formel ohne Zwischenschritt: (Eine Formel in die andere einsetzen!)

Die erste Formel heißt $A = \pi \cdot r^2$, diese stellt man nach r um und setzt in $U = 2\pi r$ ein:

$$A = \pi \cdot r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{A}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

einsetzen:

$$U = 2\pi r = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{10\,000}{\pi}} \text{ cm} \approx 354,5 \text{ cm}$$

$2\pi \times \sqrt{\frac{10000}{\pi}}$	354.4907702
--	-------------

Hinweis: Ich wandle zuvor 1 m^2 um in cm^2 : $1 \text{ m}^2 = (100 \text{ cm}) = 10.000 \text{ cm}^2$

3. Den Taschenrechner optimal verwenden

Auf Seite 4 wurde berechnet: $r = \frac{U}{2\pi} = \frac{30}{2\pi} \text{ cm} \approx 4,77 \text{ cm}$

Hierbei sollte 30 durch das Produkt 2π dividiert werden.

Wie dividiert man durch ein Produkt?

Ich zeige drei verschiedene Berechnungsmöglichkeiten

1. 30 wird durch das Produkt 2π dividiert.
Dazu benötigt man Klammern!

$$30 \div (2 \times \pi) \quad 4.774648293$$

2. Steht ein Produkt im Nenner, dann wird durch beide Faktoren geteilt, also durch 2 und dann durch π .

$$30 \div 2 \div \pi \quad 4.774648293$$

3. Man kann den Bruch zuerst durch 2 kürzen, $\frac{30}{2\pi} = \frac{15}{\pi} \dots$

$$15 \div \pi \quad 4.774648293$$

Falsch ist diese Methode:

Viele machen den **Fehler**, dass sie $\frac{30}{2 \cdot \pi}$ so berechnen:
„30 durch 2 **mal** π “. Damit wird aber $\frac{U}{2} \cdot \pi$ berechnet.

$$15 \div 2 \times \pi \quad 23.5619449$$

Merke: Ein Produkt im Nenner ist in Wirklichkeit eine zweifache Division

Mit „Ans“ die Genauigkeit erhöhen

Die Rechner speichern das letzte Ergebnis und man kann es mit dem „Befehl“ **Ans** abrufen und in die nächste Rechnung einbeziehen. (ans = answer = Antwort)

Auf Seite 4 sollte $A = \pi r^2 \approx \pi \cdot 4,77^2 \text{ cm}^2 \approx 71,48 \text{ cm}^2$ berechnet werden.

Rechnet man mit einem gerundeten Näherungswert von r , wird das Ergebnis ungenau.

Verwendet man jedoch nach der Berechnung von r den Befehl „Ans“ für den Radius,

erhält man das genaue Ergebnis!

$$\begin{array}{r} 30 \div (2\pi) \\ \pi \times \text{Ans}^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4.774648293 \\ 71.61972439 \end{array}$$

Ergebnis: Weiterrechnen mit gerundetem Radius: $A \approx 71,48 \text{ cm}^2$

Weiterrechnen mit exaktem Radius: $A \approx 71,62 \text{ cm}^2$

4. Übungsaufgaben

1. Berechne die jeweils fehlenden Größen (gemeint sind r , U und A):
a) $r = 4,5 \text{ m}$ b) $U = 1,2 \text{ m}$ c) $A = 200 \text{ m}^2$
2. Auf eine quadratische Platte der Seitenlänge $1,2 \text{ m}$ wird ein Kreis eingezeichnet, den diesen an allen vier Seiten berührt. Der Kreis wird ausgeschnitten.
Wie viel Prozent beträgt der Abfall, bezogen auf die Platte?
3. Ein Rad hat den Radius 65 cm . Es rollt einen Berg hinab und legt dabei eine Strecke von 24 m zurück. Wie viele Umdrehungen hat es dabei gemacht.
4. Der große Zeiger einer Kirchturmuhr führt pro Stunde eine Drehbewegung durch. Dabei beschreibt seine Spitze eine Kreisbahn vom Radius 60 cm .
Berechne die Geschwindigkeit der Spitze in $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.
5. Entscheide, ob folgende Behauptung wahr sein kann:
Die Zeigerspitze einer Kirchturmuhr dreht sich mit einer Geschwindigkeit von $5 \frac{\text{cm}}{\text{min}}$.
(Berechne dazu die Länge des großen Zeigers.)
6. Ein Auto fährt mit einer Geschwindigkeit von $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Wie oft dreht sich jedes Rad pro Minute bei einem Raddurchmesser von 60 cm .
7. Der Radius eines Kreises wird verdoppelt. Wie ändern sich Umfang bzw. Inhalt?
8. Der Inhalt eines Kreises beträgt $7,86 \text{ m}^2$. Wie muss man seinen Radius verkleinern, damit der Inhalt nur noch halb so groß ist?
Führe diese Rechnung auch allgemein durch.
9. Wir denken uns die Erde als glatte Kugel vom Radius 6378 km .
Wie groß ist dann der Umfang des Äquators?
Jemand hat die Idee, um die Erde ein Kabel zu verlegen, das genau 1 m länger ist als der Äquator. Es soll überall in der gleichen Höhe über dem Äquator gespannt werden.
In welcher Höhe muss dies geschehen?
10. Die geographische Breite von Berlin ist etwa $52,5^\circ$.
Mit welcher Geschwindigkeit dreht sich Berlin auf ihrer Kreisbahn bei der Erdrotation?
11. Man kann die Erdbahn ungefähr als Kreis mit dem Radius $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$ betrachten. Wie groß ist die Bahngeschwindigkeit um die Sonne?

Lösungen

1 Berechne die jeweils fehlenden Größen (gemeint sind r , U und A):

a) $r = 4,5 \text{ m}$ $U = 2\pi r = 9\pi \text{ m} \approx 28,27 \text{ m}$, $A = \pi \cdot r^2 = 20,25\pi \text{ m}^2 \approx 63,62 \text{ m}^2$

b) $U = 1,2 \text{ m}$ $U = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{U}{2\pi} = \frac{1,2}{2\pi} \text{ m} = \frac{0,6}{\pi} \text{ m} \approx 0,19 \text{ m}$

$$A = \pi r^2 \approx 0,115 \text{ m}^2$$

$0,6 \div \pi$	0.1909859317
$\text{Ans}^2 \times \pi$	0.114591559

c) $A = 200 \text{ m}^2$ $A = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{A}{\pi} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{200}{\pi}} \approx 7,98 \text{ m}$

$$U = 2\pi \cdot r \approx 50,13 \text{ m}$$

$\sqrt{200 \div \pi}$	7.978845608
$2 \times \pi \times \text{Ans}$	50.13256549

Hinweis: Wie die Screenshots zeigen, wurde das Zwischenergebnis nicht neu eingegeben sondern mittels „ans“ direkt dem Arbeitsspeicher des Rechners entnommen.

2 Auf eine quadratische Platte der Seitenlänge 1,2 m wird ein Kreis eingezeichnet, den diesen an allen vier Seiten berührt. Der Kreis wird ausgeschnitten.
Wie viel Prozent beträgt der Abfall, bezogen auf die Platte?

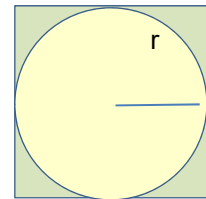
Lösung: Quadratfläche: $A_Q = a^2 = 1,2^2 \text{ m}^2 = 1,44 \text{ m}^2$

Kreisfläche: $A_K = \pi r^2 = \pi \cdot 0,6^2 \text{ m}^2 \approx 1,13 \text{ m}^2$ ($r = \frac{1}{2}a$)

Abfall (absolut): $\Delta A = A_Q - A_K \approx 0,309 \text{ m}^2$

Relativer Anteil: $\frac{\Delta A}{A_Q} = \frac{0,309}{1,44} \approx 0,214$

Prozentualer Anteil: $\frac{\Delta A}{A_Q} \cdot 100\% = \frac{0,309}{1,44} \cdot 100\% \approx 0,214 \cdot 100\% = 21,4\%$



Schnellmethode zur Berechnung der prozentualen Abweichung:

Man berechnet den Bruchteil, den die (absolute Abweichung) = Differenz bezogen auf den Grundwert ausmacht.

Seine Umrechnung in % geschieht durch Multiplikation mit 100, also durch Verschieben des Kommas um 2 Stellen nach rechts.

$$\frac{A_Q - A_K}{A_Q} = \frac{a^2 - \pi r^2}{a^2} = \frac{1,2^2 - \pi \cdot 0,6^2}{1,2^2} \approx 0,215$$

Und das sind 21,5 %.

$\frac{1,2^2 - \pi \cdot 0,6^2}{1,2^2}$	0.2146018366
---	--------------

ZUSATZ: Dieser Prozentsatz ist unabhängig von der Größe der Platte!

Gute Schüler müssen dies beweisen können (durch eine allgemeine Rechnung):

$$\frac{A_Q - A_K}{A_Q} = \frac{a^2 - \pi \left(\frac{1}{2}a\right)^2}{a^2} = \frac{a^2 - \pi \cdot \frac{1}{4}a^2}{a^2} = \frac{\cancel{a^2} \left(1 - \frac{1}{4}\pi\right)}{\cancel{a^2}} = 1 - \frac{1}{4}\pi \approx 0,215$$

Hier wurde $r = \frac{1}{2}a$ eingesetzt, was dann zu $r^2 = \frac{1}{4}a^2$ führt.

Nach Ausklammern von a^2 kürzt man a^2 weg ...

$1 - \pi \div 4$	0.21460
------------------	---------

- 3 Ein Rad hat den Radius 65 cm. Es rollt einen Berg hinab und legt dabei eine Strecke von 24 m zurück. Wie viele Umdrehungen hat es dabei gemacht.

Lösung:

Umfang des Rades: $U = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 65 \text{ cm} = 130\pi \text{ cm}$

Die Streckenlänge: $s = 24 \text{ m} = 2400 \text{ cm}$

Wie oft geht U in s? $\frac{2400}{130\pi} \approx 5,876490206$

Ergebnis: Das Rad hat fast 5,9 Umdrehungen gemacht.

- 4 Der große Zeiger einer Kirchturmuhre führt pro Stunde eine Drehbewegung durch. Dabei beschreibt seine Spitze eine Kreisbahn vom Radius 60 cm. Berechne die Geschwindigkeit der Spitze in $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

Lösung:

Länge der Kreisbahn: $U = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ cm} = 120\pi \text{ cm} \approx 377 \text{ cm}$

Dazu braucht der Zeiger 1 h, also 60 min.

Für die Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung gilt die Formel:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{377 \text{ cm}}{60 \text{ min}} = \frac{377 \text{ cm}}{3600 \text{ s}} \approx 0,105 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 1,05 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

- 5 Entscheide, ob folgende Behauptung wahr sein kann:
Die Zeigerspitze einer Kirchturmuhre dreht sich mit einer Geschwindigkeit von $5 \frac{\text{cm}}{\text{min}}$.
(Berechne dazu die Länge des großen Zeigers.)

Lösung:

Aus der Formel $v = \frac{s}{t}$ folgt: $s = v \cdot t = 5 \frac{\text{cm}}{\text{min}} \cdot 60 \text{ min} = 300 \text{ cm}$

Der äußerste Punkt des großen Zeigers legt also pro Stunde 300 cm zurück, das ist dann genau eine Zeigerumdrehung.

Dazu gehört dieser Radius: $U = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{U}{2\pi} = \frac{300}{2\pi} = \frac{150}{\pi} \approx 47,7 \text{ cm}$.

Der große Zeiger müsste dann von der Drehachse bis zur Spitze eine Länge von etwa 48 cm haben. Das ist möglich.

- 6 Ein Auto fährt mit einer Geschwindigkeit von $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
Wie oft dreht sich jedes Rad pro Minute bei einem Raddurchmesser von 60 cm.

Lösung:

Das Auto legt in 1 Minute diese Strecke zurück:

$$s = v \cdot t = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{60} \text{ h} = \frac{120}{60} \text{ km} = 2 \text{ km} = 2000 \text{ m}$$

Radumfang: $U = 2\pi r = 120\pi \text{ cm} \approx 377 \text{ cm} = 3,77 \text{ m}$

Zahl der Umdrehungen: $z = \frac{s}{U} = \frac{2000}{1,20\pi} \approx 530,5$

- 7 Der Radius eines Kreises wird verdoppelt.
Wie ändern sich Umfang bzw. Inhalt?

Ursprünglicher Radius:	r_1	Umfang:	$U_1 = 2\pi r_1$
		Inhalt:	$A_1 = \pi r_1^2$
Verdoppelter Radius:	$r_2 = 2r_1$	Umfang:	$U_2 = 2\pi r_2 = 2\pi \cdot (2r_1) = 4\pi r_1$
		Inhalt:	$A_2 = \pi r_2^2 = \pi (2r_1)^2 = \pi \cdot 4r_1^2$

Man erkennt, dass sich bei Verdopplung des Radius der Umfang auch verdoppelt, der Flächeninhalt wird dagegen 4-mal so groß.

- 8 Der Inhalt eines Kreises beträgt $7,86 \text{ m}^2$. Um wie viel Prozent man seinen Radius verkleinern, damit der Inhalt nur noch halb so groß ist?
Führe diese Rechnung auch allgemein durch.

Lösung:

Aus $A = \pi r^2$ folgt $r^2 = \frac{A}{\pi} \Rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{7,86}{\pi}} \approx 1,582 \text{ m}$

A halbieren: $r_2 = \sqrt{\frac{3,93}{\pi}} \approx 1,118$

Bruchteil: $\frac{r_2}{r_1} = \frac{1,118}{1,582} \approx 0,707$

D. h.: es folgt $r_2 = 0,707 \cdot r_1 = 70,7\% \text{ von } r_1$.

Also müsste man den Radius um etwa 29% verkleinern.

Allgemeine Rechnung: $r_1 = \sqrt{\frac{A}{\pi}}, \quad r_2 = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}A}{\pi}} = \sqrt{\frac{A}{2\pi}}$

Bruchteil: $\frac{r_2}{r_1} = \frac{\sqrt{\frac{A}{2\pi}}}{\sqrt{\frac{A}{\pi}}} = \sqrt{\frac{A}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{A}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \approx 0,707$

Der neue Radius hat also nur noch etwa 71% des alten, er wurde um 29 % verkleinert.

Bei der allgemeinen Rechnung sieht man, dass die vorgegebene Größe A herausgekürzt wird, für das Ergebnis ohne Bedeutung ist. Dieses Ergebnis gilt also für beliebige Kreisflächen.

- 9 Wir denken uns die Erde als glatte Kugel vom Radius 6378 km.
Wie groß ist dann der Umfang des Äquators?

Jemand hat die Idee, um die Erde ein Kabel zu verlegen, das genau 1 m länger ist als der Äquator. Es soll überall in der gleichen Höhe über dem Äquator gespannt werden.
In welcher Höhe muss dies geschehen?

Lösung:

Länge des Äquators: $U = 2\pi \cdot 6378 \text{ km} \approx 40074,159 \text{ km}$

Länge des Seils: $U_s = 2\pi \cdot 6378 \text{ km} \approx 40074,160 \text{ km}$

Dazu gehört der Radius $r_s = \frac{U}{2\pi}$

Höhenunterschied: $h = r_s - r_E \approx 0,16 \text{ m} = 16 \text{ cm}$

```
2π×6378000
40074155,89
(Ans+1)÷(2π)-6378000
0.15915494
```

(Ans+1) ist der um 1 m verlängerte Äquator, also die Seillänge.
(ans+1)/(2π) ist der Seilradius.
Von ihm wird der Erdradius subtrahiert.

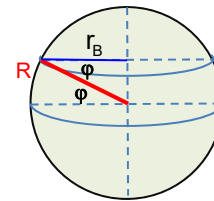
- 10 Die geographische Breite φ von Berlin ist etwa $52,5^\circ$.
Mit welcher Geschwindigkeit dreht sich Berlin auf ihrer Kreisbahn bei der Erdrotation?

Lösung:

Den Radius r_B der Kreisbahn von Berlin wird mit Hilfe der Trigonometrie berechnet:

$$\cos \varphi = \frac{r_B}{R} \Rightarrow r_B = R \cdot \cos \varphi = 6378 \text{ km} \cdot \cos(52,5^\circ) \approx 4349 \text{ km}$$

Bahngeschwindigkeit: $v = \frac{s}{t} = \frac{4329 \text{ km}}{24 \text{ h}} \approx 180 \frac{\text{km}}{\text{h}}$



6378*cos 52.5
Ans÷24
180.3912981

- 11 Man kann die Erdbahn um die Sonne ungefähr als Kreis mit dem Radius $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$ betrachten. Wie groß ist die Bahngeschwindigkeit um die Sonne?

Lösung:

Umfang der Kreisbahn: $U = 2\pi r \approx 941.377.796 \text{ km} \approx 941.000.000 \text{ km}$

Bahngeschwindigkeit: $v = \frac{U}{t}$ mit $t = 365 \text{ d} = 365 \cdot 24 \text{ h}$

Hinweis zur Berechnung:

$v = \frac{2\pi r}{365 \cdot 24}$ kann man auf einmal berechnen.

Dazu wird zuerst der Zähler multipliziert

Dann muss man entweder durch das Produkt $(365 \cdot 24)$ (mit Klammern!) dividieren,

oder nacheinander durch 365 und durch 24 dividieren,

$2\pi \times 1.5 \times 10^8 \div (365 \times 24)$
$2\pi \times 1.5 \times 10^8 \div 365 \div 24$
$2\pi \times 1.5 \times 10^8 \div 365 \times 24$
61971142.76

Falsch wird es, wenn man durch 365 dividiert und dann mit 24 multipliziert, wie die dritte Berechnungszeile zeigt.